Domaine Sciences et Technologies
PORTAIL 1 RENÉ DESCARTES

Introduction à l'informatique : TD 4
Code UE : S14IN1I1

Année 2018-19

Algorithmes et structures linéaires

Exercice 1 (Question de somme)

1. Écrivez un algorithme calculant et affichant la somme des $n + 1$ premières puissances de 2. Exemple : si on le lance avec $n = 5$, le résultat est 63 ($2^0 + 2^1 + 2^2 + 2^3 + 2^4 + 2^5 = 1 + 2 + 4 + 8 + 16 + 32$).

Exercice 2 (Le juste prix)

1. Écrivez un algorithme qui :
   — choisit pseudo-aléatoirement un nombre entier entre 0 et 1000 de manière parfaitement opaque pour l'utilisateur. On admettra qu'il existe pour cela une fonction `fonction alea(a, b: entier): entier` qui retourne un nombre entier choisi pseudo-aléatoirement dans l'intervalle $]a; b]$;
   — demande à l'utilisateur d'entrer des nombres entiers jusqu'à ce que ce dernier trouve le nombre préalablement choisi, en indiquant à chaque tentative "trop haut" ou "trop bas" selon le nombre saisi au clavier. Une fois le nombre trouvé, l'algorithme doit indiquer à l'utilisateur en combien de tentatives le nombre a été trouvé.
2. Si l'on considère que le nombre à trouver est dans l'intervalle $[0; n - 1]$, avec $n \in \mathbb{N}$, évaluez le nombre d'étapes suffisantes qu'un utilisateur trouve la solution ?

Exercice 3 (Permutations)

1. Écrivez un algorithme qui, étant donné 3 nombres entiers passés en paramètres, réalise la permutation circulaire vers la droite de ces nombres et affiche le résultat à l'écran.
2. Admettons à présent qu'un tableau t de n entiers est donné en paramètre. Écrivez un algorithme qui retourne un tableau qui est une permutation circulaire d'un pas vers la droite de t.
3. Évaluez la terminaison, la correction et la complexité en temps de ce dernier algorithme.

Exercice 4 (Nombres de Mersenne)

Un nombre premier est un nombre entier supérieur ou égal à 2 qui n'est divisible que par 1 et lui-même.

1. Écrivez un algorithme qui permet de tester la primalité d'un nombre n donné en paramètre. Vous utiliserez pour ce faire une fonction qui retourne un booléen.
2. Écrivez un algorithme qui retourne le $i$ème nombre premier. Vous utiliserez pour ce faire une fonction qui retourne un entier, et appelle la fonction précédente.
3. Jusqu'en 1536, on croyait que les nombres de Mersenne, c'est-à-dire les nombres de la forme $2^p - 1$, avec p premier, étaient premiers. À partir des fonctions écrites en réponse aux deux questions ci-dessus, écrivez un algorithme qui montre l'invalidité de la conjecture d'avant 1536. L'algorithme devra écrire :
   — à partir de quel nombre premier p_m la conjecture est fausse ;
   — à quel rang se trouve p_m dans la liste des nombres premiers.

Exercice 5 (Problème de pesée.s)

1. On dispose de 6 pièces de 1 euro dont une seule est fausse et plus lourde que les autres. Montrez qu'on peut la détecter en utilisant une balance de Roberval (balance à plateaux) et en ne procédant qu'à 2 pesées.
2. En combien de pesées est-il possible de distinguer la fausse pièce de manière certaine parmi un ensemble de 9 pièces ?
3. Trouver ces résultats pour des nombres de pièces spécifiques, c'est bien. Mais il est beaucoup plus intéressant de connaître et encore plus de démontrer la réponse dans le cas général. Pour ce faire, Montrez que, si le nombre de pièces p appartient à $]3^{n-1}; 3^n]$, alors il est possible de retrouver la pièce fausse en n pesées.